

**Jacek Skorupski**

Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

## **SIECI PETRIEGO JAKO NARZĘDZIE DO MODELOWANIA PROCESÓW RUCHOWYCH W TRANSPORCIE**

Rękopis dostarczono, kwiecień 2011

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono metodę modelowania procesów ruchowych w transporcie, pod kątem analizy poziomu bezpieczeństwa, wykorzystującą sieci Petriego. Pokazano sposób interpretacji zdarzeń i zjawisk ruchowych pozwalający na zastosowania odpowiedniego typu sieci, które zostały pokrótce omówione. Wskazano na te własności sieci Petriego, które w sposób szczególnie pozwalają na analizę wybranych charakterystyk badanych systemów transportowych. Omówiono kwestię tworzenia grafu osiągalności oraz jego redukcji. Zaproponowane oryginalne metody redukcji grafu osiągalności pozwalają na znaczne zmniejszenie obszaru analizy bez utraty istotnych cech modelowanego systemu. Własność ta stanowi o efektywności metody i łatwości jej stosowania. Opracowanie dopełnia krótki przykład zastosowania metody.

**Słowa kluczowe:** modelowanie procesów ruchowych, sieci Petriego, bezpieczeństwo systemów transportowych

### **1. WPROWADZENIE**

Transport ludzi i towarów odbywa się w ramach złożonego systemu organizacyjno-technicznego nazywanego systemem transportowym. System taki można rozpatrywać pod wieloma aspektami, z których na pierwszy plan wysuwa się kwestia bezpieczeństwa [9]. Każda zmiana wyposażenia, zasad organizacyjnych, interakcji z otoczeniem – musi wywoływać pytanie o skutki tych zmian w zakresie bezpieczeństwa. Nie ma jednak miejsca na eksperymentowanie na istniejącym systemie. Z tego właśnie powodu nieustannie poszukuje się nowych, coraz skuteczniejszych i bardziej efektywnych metod modelowania procesów transportowych. Niniejszy artykuł stanowi próbę wskazania na sieci Petriego, jako na bardzo wygodne narzędzie do modelowania procesów ruchowych, które stanowią podstawę funkcjonowania całego systemu transportowego.

Na system transportowy składają się:

- elementy biernie, czyli infrastruktura wraz z jej charakterystykami,

- elementy czynne, czyli pojazdy realizujące zadania transportowe i tworzące potok ruchu,
- organizacja, czyli sposób odwzorowania relacji pomiędzy elementami systemu transportowego, zmierzającego do realizacji zadań transportowych.

Przedmiotem zainteresowania w niniejszym artykule są elementy czynne systemu transportowego rozpatrywane dynamicznie, podczas realizacji ich zadań – tzn. procesy ruchowe. Infrastruktura oraz organizacja stanowią ograniczenia dla tego procesu i muszą być w pewnym zakresie także rozpatrywane przy jego modelowaniu. Zakłada się przy tym, że celem modelowania jest analiza bezpieczeństwa procesu w krótkim horyzoncie czasowym [5].

Proces ruchowy polega na uporządkowanym i służącym realizacji określonego celu przemieszczaniu pojazdów po drogach (odpowiednio zorganizowanych w poszczególnych gałęziach transportu), z uwzględnieniem zasad organizacyjnych oraz przepisów i norm służących zapewnieniu bezpieczeństwa uczestnikom ruchu. W procesie tym występują przedziały czasu, w których pojazdy poruszają się w sposób planowy, ustalony, zgodny z typowymi procedurami. Te fragmenty procesu ruchu charakteryzuje czas ich trwania. Proces ten jest dynamiczny, gdyż następuje zmiana położenia pojazdów w czasie, jednak z punktu widzenia celów analizy, które stawiane są w niniejszym artykule, można go traktować jako statyczny. Nie występują bowiem zdarzenia wpływające na poziom bezpieczeństwa, a procedury takie jak zmiana prędkości czy kierunku są zaplanowane, zgodne z ograniczeniami wynikającymi z charakterystyk elementów infrastruktury oraz dopasowane do charakterystyk eksploatacyjnych pojazdów.

Pomiędzy tymi fragmentami występują zdarzenia ruchowe, które wyodrębniamy mając na uwadze zakres analizy. W przypadku analizy zmierzającej do oceny bezpieczeństwa procesu ruchowego, zdarzenia te są definiowane jako mające wpływ na bezpieczeństwo ruchu [6]. Do zdarzeń takich można zaliczyć:

- zajęcie konfliktowego punktu drogi (skrzyżowanie ulic, droga startowa, rozjazd, skrzyżowanie torów wodnych), charakteryzującego się tym, że może się w nim znajdować tylko jeden pojazd, ewentualnie może ich być kilka, ale konieczne jest określenie kolejności zajmowania tego punktu przez pojazdy, gdyż kontynuowanie ruchu przez każdy z nich niezależnie może doprowadzić do kolizji,
- podjęcie decyzji przez operatora pojazdu o kontynuowaniu ruchu, lub o zmianie jego parametrów (kierunku, prędkości), w szczególności decyzji o zaprzestaniu ruchu (zatrzymaniu się) lub wykonaniu manewru ratunkowego w celu uniknięcia kolizji,
- podjęcie decyzji przez kierującego ruchem (kontrolera ruchu lotniczego, dyspozytora stacyjnego, koordynatora ruchu portowego) o podobnym charakterze,
- podjęcie przez operatora pojazdu działań niezgodnych z decyzjami (zaleceniami) kierującego ruchem,
- wystąpienie dynamicznych zjawisk pogodowych (burza, mgła) czy innych zjawisk o charakterze środowiskowym mogących mieć wpływ na proces ruchowy,
- wystąpienie zjawisk (awarii) związanych z pojazdem lub systemem kierowania ruchem, które powodują powstawanie zagrożeń.

Zdarzenia, o których mowa powyżej mogą mieć charakter warunków logicznych, to znaczy takich, o których możemy powiedzieć, że zaistniały bądź nie. W takim przypadku są one reprezentowane przez wartość logiczną prawdą lub fałsz. Mogą także mieć

charakter pewnego procesu, najczęściej krótkotrwałego. W tym przypadku zdarzenie będzie reprezentowane przez jego rodzaj, ale także przez czas trwania.

## 2. SIECI PETRIEGO

Sieci Petriego stanowią wygodny sposób opisu wielu rodzajów systemów. Szczególnie wiele zastosowań znalazły w inżynierii oprogramowania, gdzie stosuje się je zwłaszcza do opisu i analizy systemów współbieżnych. Istnieje bogata literatura w tym zakresie, np. [1], [10], zawierająca także obszerną bibliografię tematu.

W niniejszej pracy wskazano, że sieci Petriego mogą także znaleźć zastosowanie przy modelowaniu zagadnień transportowych, szczególnie procesów ruchowych. Przedstawioną metodę modelowania można zastosować w różnych gałęziach transportu.

### 2.1. RODZAJE SIECI PETRIEGO

W zależności od potrzeb, można definiować sieci Petriego różniące się pewnymi właściwościami. Istnieje jednak zbiór cech, które są dla tego rodzaju sieci wspólne. Podstawą do budowania sieci Petriego jest graf dwudzielny zawierający dwa rozłączne zbiory wierzchołków zwanych miejscami i tranzycjami. Łuki w takim grafie są skierowane i jednokrotne, a zatem jest to graf Berge'a. Charakterystyczną cechą grafu stosowanego w sieciach Petriego jest fakt, że łuki muszą łączyć różne typy wierzchołków. Poniżej zostaną przedstawione krótkie definicje podstawowych rodzajów sieci Petriego: najpierw niskiego, potem wysokiego poziomu. Szczegółowa analiza własności poszczególnych typów zawarta jest w literaturze i nie będzie tutaj omawiana.

#### 2.1.1. Uogólniona sieć Petriego

Uogólniona sieć Petriego jest opisana piątką [3]

$$N = \{P, T, I, O, H\} \quad (1)$$

gdzie

$P$  – zbiór miejsc,

$T$  – zbiór tranzycji,  $T \cap P = \emptyset$ ,

$I, O, H$ , to funkcje odpowiednio wejścia, wyjścia oraz inhibitory:

$I, O, H: T \rightarrow B(P)$

gdzie  $B(P)$  jest wielozbiorem nad zbiorem  $P$ .

Mając daną tranzycję  $t \in T$ , można zdefiniować:

$t^+ = \{p \in P: I(t, p) > 0\}$  – zbiór wejść tranzycji  $t$ ,

$t^- = \{p \in P: O(t, p) > 0\}$  – zbiór wyjść tranzycji  $t$ ,

$t^o = \{p \in P: H(t, p) > 0\}$  – zbiór inhibitorów tranzycji  $t$ .

Sieć uogólniona charakteryzuje się tym, że funkcje opisane na łukach:  $I(t, p)$ ,  $O(t, p)$ , i  $H(t, p)$  mogą przyjmować wartości większe od 1, co jest równoważne występowaniu łuków wielokrotnych pomiędzy węzłami.

### 2.1.2. Znakowana sieć Petriego

Znakowana sieć Petriego jest opisany szóstką

$$S_M = \{P, T, I, O, H, M_0\} \quad (2)$$

gdzie

$N = \{P, T, I, O, H\}$  - uogólniona sieć Petriego,

$M_0: P \rightarrow \mathbb{Z}_+$  – jest znakowaniem początkowym, tzn. funkcją przypisującą każdemu z miejsc liczbę całkowitą nieujemną. Mówimy również, że znakowanie określa liczbę znaczników przypisanych każdemu z miejsc.

Znakowanie początkowe, wraz z regułami określającymi dynamikę sieci, to znaczy regułami zmiany znakowania, determinują wszystkie możliwe znakowania osiągalne. Ta sama sieć, ale z różnymi oznakowaniami początkowymi będzie opisywała różne systemy.

Tranzycję  $t$  nazywamy aktywną przy oznakowaniu  $M$  wtedy i tylko wtedy gdy:

$$\forall p \in t^+, M(p) \geq I(t, p) \wedge \forall p \in t^o, M(p) < H(t, p) \quad (3)$$

Odpalenie tranzycji  $t$ , aktywnej przy oznakowaniu  $M$ , powoduje usunięcie z każdego miejsca  $p$ , należącego do zbioru  $t^+$ , tylu znaczników ile określa funkcja  $I(t, p)$  oraz dodanie do każdego z miejsc  $p$  ze zbioru  $t^-$  tylu znaczników ile określa funkcja  $O(t, p)$ , to znaczy powoduje zmianę oznakowania na  $M'$  takie, że

$$M' = M + O(t) - I(t) \quad (4)$$

Zależność ta jest zapisywana skrótowo  $M[t]M'$ . Mówimy wówczas, że  $M'$  jest osiągalne bezpośrednio z  $M$ . Jeżeli przejście takie wymaga odpalenia sekwencji (ciągu) tranzycji  $\sigma$  wówczas mówimy, że  $M'$  jest osiągalne z  $M$  i zapisujemy  $M[\sigma]M'$ .

### 2.1.3. Sieć miejsc i przejść

Sieć miejsc i przejść jest to uogólniona, znakowana sieć Petriego, uzupełniona o charakterystykę miejsc interpretowaną jako ich pojemność, to znaczy maksymalną liczbę znaczników jakie może pomieścić każde z miejsc. Zatem sieć miejsc i przejść można zapisać jako

$$S_{PT} = \{P, T, I, O, H, K, M_0\} \quad (5)$$

gdzie

$N = \{P, T, I, O, H\}$  - uogólniona sieć Petriego,  
 $K: P \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$  - pojemność miejsc sieci, przy czym symbol  $\infty$  oznacza, że miejsce ma nieograniczoną pojemność,  
 $M_0: P \rightarrow \mathbb{Z}_+$  i  $\forall p \in P: M_0(p) \leq K(p)$  - znakowanie początkowe.

#### 2.1.4. Czasowa sieć Petriego

Z czasową siecią Petriego mamy do czynienia wówczas, gdy realizacja tranzycji nie jest natychmiastowa, lecz zajmuje określony czas. Oznacza to, że w definicji takiej sieci uwzględniamy charakterystyki opisane na tranzycjach

$$S_T = \{P, T, I, O, H, M_0, \tau\} \quad (6)$$

gdzie

$S_M = \{P, T, I, O, H, M_0\}$  - znakowana sieć Petriego,

$\tau: T \rightarrow \mathbb{R}_+$  - funkcja opóźnień, określająca opóźnienie statyczne  $\tau(t)$  tranzycji  $t$ .

Charakterystyki czasowe na tranzycjach mogą określać czas związany z realizacją tranzycji na różne sposoby. W szczególności może to być wartość deterministyczna lub opisana zmienną losową o zadanym rozkładzie prawdopodobieństwa. W tym drugim przypadku będziemy mówili o sieci stochastycznej. Ponadto, poza opóźnieniem statycznym wygodne jest nieraz wykorzystywanie opóźnienia dynamicznego  $\delta(t)$ , definiowanego jako reszta czasu pozostałego do odpalenia tranzycji  $t$ .

W sieciach czasowych, z problemem sprawdzania warunków koniecznych do aktywizacji tranzycji wiąże się ściśle kwestia traktowania tranzycji, które nie zostały odpalone ze względu na upływanie czasu krótszego niż  $\tau(t)$ , a które wcześniej utraciły aktywność. W zależności od specyfiki modelowanego systemu możliwe są trzy podejścia:

- brak pamięci - w przypadku odpalenia dowolnej tranzycji, opóźnienia dynamiczne dla wszystkich tranzycji ustawiane są ponownie na wartość początkową, tzn.  $\forall t \in T, \delta(t) = \tau(t)$ ,
- pamięć aktywna - w przypadku odpalenia dowolnej tranzycji  $t$ , wszystkie pozostałe tranzycje, które w wyniku tego utraciły aktywność przyjmują wartość opóźnienia dynamicznego równą wartości początkowej (podobnie jak w wariancie bez pamięci), natomiast tranzycje, które pozostają aktywne - zachowują dotychczasową wartość  $\delta(t)$ ,
- pamięć bezwzględna - niezależnie od faktu odpalenia jakiegokolwiek tranzycji, wszystkie pozostałe tranzycje zachowują swoje opóźnienia dynamiczne i przy następnej aktywizacji odliczanie czasu do odpalenia jest kontynuowane.

#### 2.1.5. Kolorowana sieć Petriego

Podstawową różnicą między sieciami uogólnionymi a kolorowanymi jest możliwość definiowania w tych ostatnich znaczników różnych typów. Typ znacznika nazywany jest kolorem. Każde miejsce w sieci kolorowanej ma przypisany zbiór kolorów, które może przechowywać. Łuki i przejścia mają przypisane wyrażenia, które pozwalają na

manipulowanie różnymi typami znaczników. Kolorowana sieć Petriego może być zapisana jako

$$S_C = \{\Gamma, P, T, I, O, H, C, G, E, M_0\} \quad (7)$$

gdzie

$S_M = \{P, T, I, O, H, M_0\}$  – znakowana sieć Petriego,

$\Gamma$  – niepusty, skończony zbiór kolorów,

$C$  – funkcja określająca jakiego koloru znaczniki mogą być przechowywane w danym miejscu:  $C: P \rightarrow \Gamma$ ,

$G$  – funkcja określająca warunki, jakie muszą być spełnione, aby tranzycja mogła być odpalona; są to wyrażenia zawierające zmienne typów należących do  $\Gamma$ , dla których można dokonać wartościowania dającego w rezultacie wartość logiczną,

$E$  – funkcja opisująca tzw. wagi łuków, tzn. wyrażenia zawierające zmienne typów należących do  $\Gamma$ , dla których można dokonać wartościowania dającego w rezultacie wielozbiór nad typem koloru przypisanego do miejsca, które znajduje się na początku lub na końcu danego łuku.

### 2.1.6. Kolorowana, czasowa sieć Petriego

Istnieje możliwość połączenia idei sieci kolorowanych z ideą sieci czasowych. W tym przypadku powstaje struktura

$$S_{CT} = \{\Gamma, P, T, I, O, H, C, G, E, M_0, R, r_0\} \quad (8)$$

gdzie

$S_M = \{P, T, I, O, H, M_0\}$  – znakowana sieć Petriego,

$\Gamma$  – niepusty, skończony zbiór kolorów, z których każdy może być zbiorem czasowym, to znaczy takim, którego elementy są parami składającymi się z koloru i znacznika czasowego,

$C, G, E$  – mają znaczenie jak w przypadku sieci kolorowanej, z uwzględnieniem jednak faktu, że niektóre zbiory kolorów mogą być typu czasowego,

$R$  – zbiór znaczników czasowych (zwanych też punktami czasowymi lub pieczętkami czasowymi), zamknięty ze względu na operację dodawania,  $R \subseteq \mathbb{R}$ ,

$r_0$  – czas początkowy,  $r \in R$ .

W sieciach czasowych konieczna jest realizacja tzw. zegara modelowego, który określa lokalny upływ czasu. Realizuje się go zazwyczaj przy wykorzystaniu pieczętek czasowych, które na ogół są powiązane ze znacznikami sieci. Zegar ten jest wykorzystywany, do określania tego, która z tranzycji może być uaktywniona. Warunkiem jest tu istnienie w miejscach wejściowych tranzycji, znakowania, w którym wszystkie znaczniki czasowe są mniejsze od czasu lokalnego.

W kolorowanych czasowych sieciach Petriego ulega zmianie sens znakowania sieci  $M$ , w odniesieniu do kolorów czasowych. W tym przypadku na znakowanie składa się liczba znaczników z określeniem ich pieczętek czasowych, które mogą być różne dla każdego ze

znaczników. Dla kolorów nieczasowych na znakowanie składa się wyłącznie liczba znaczników określonego koloru.

Stanem systemu modelowanego przez kolorowaną czasową sieć Petriego nazywamy parę  $(M,r)$ , przy czym  $M$  jest znakowaniem a  $r \in R$  jest punktem czasowym.

## 2.2. WŁAŚCIWOŚCI SIECI PETRIEGO

W odniesieniu do każdej sieci Petriego możemy określić między innymi: jej graf osiągalności, zbiór osiągalności, ocenić odwracalność, występowanie zakleszczenia, żywotność oraz ograniczoność. Z punktu widzenia prezentowanej metody analizy, najistotniejszą własnością sieci modelującej procesy ruchowe, analizowane pod kątem bezpieczeństwa, jest osiągalność wybranych stanów (oznakowań) ze znakowania początkowego  $M_0$ . Pozwala ona na ocenę prawdopodobieństwa oraz czasu przejścia procesu do tych wybranych oznakowań. Szczególnie istotne są oznakowania martwe, gdyż obrazują one sytuacje końcowe, w których możemy już ocenić czy efektem procesu jest sytuacja kolizyjna, czy też nastąpiło bezpieczne zrealizowanie zadania transportowego.

W wielu przypadkach graf osiągalności jest bardzo rozbudowany, co utrudnia jego badanie, zwłaszcza metodami analitycznymi. Przydatne, zatem będą metody redukcji tego grafu. W zastosowaniach transportowych (ruchowych) najczęściej wykorzystywać będziemy, opisywaną w literaturze, redukcję względem trwałych zbiorów tranzycji. Redukcję z wykorzystaniem symetrii będziemy stosować zdecydowanie rzadziej.

## 3. MODELOWANIE PROCESÓW RUCHOWYCH Z WYKORZYSTANIEM SIECI PETRIEGO

Przedstawione w rozdziale 1 ujęcie procesu ruchu pozwala na wykorzystanie sieci Petriego do modelowania go. Ustalone sytuacje ruchowe odpowiadają miejscom w sieci, zaś zdarzenia ruchowe – tranzycjom. Znaczniki w miejscach sieci mogą być identyfikowane jako uczestnicy ruchu lub stany otoczenia. Uczestnicy ruchu mogą mieć różne charakterystyki. Możemy na przykład rozpatrywać kilka typów pojazdów różniących się wielkością i osiąganiami. Możemy rozpatrywać elementy stanowiące zakłócenie wpływające na proces ruchu, takie jak na przykład piesi na drodze kołowej, samochody obsługi na drodze do kołowania w porcie lotniczym. Podobnie sytuacja wygląda ze stanami otoczenia, czyli zjawiskami zewnętrznymi. Zazwyczaj są to warunki o charakterze logicznym, a zatem występowanie znacznika w miejscu sieci odpowiada zaistnieniu zdarzenia.

Jak widać znaczniki są różnych typów, co sugeruje konieczność wykorzystania kolorowanych sieci Petriego. Jest to oczywiście rozwiązanie uniwersalne, jednak w prostszych przypadkach do modelowania procesu ruchu można wykorzystać zwykłą sieć miejsc i tranzycji. Jest to możliwe wówczas, gdy fragmenty sieci wykorzystujące znaczniki

różnych rodzajów są w znacznym stopniu rozłączne, w szczególności rozłączne są zbiory miejsc, a punktami łączącymi te fragmenty są tranzycje, których realizacja jest uzależniona od wynikowych znakowań tych fragmentów sieci. W przypadku gdy te same fragmenty sieci są wykorzystywane przez znaczniki różnych typów konieczne jest użycie sieci kolorowanych.

W odróżnieniu od innych typowych zastosowań sieci Petriego, w modelowaniu procesów ruchowych w transporcie, w wielu przypadkach, konieczne jest zastosowanie sieci czasowych. Wynika to z faktu, że czas i związane z nim zjawiska dynamiczne są często kluczowe przy analizie w tym obszarze. Przykładowo, przy modelowaniu incydentów w ruchu konieczne jest zazwyczaj przeanalizowanie sekwencji czasowych występowania poszczególnych sytuacji ruchowych, skutkujących określoną sekwencją zajmowania punktów kolizyjnych. Sekwencja ta decyduje o powstaniu wypadku bądź o jego uniknięciu. W konkretnych przypadkach, niekiedy korzystniejsze jest zastosowanie charakterystyk czasowych związanych z tranzycjami, niekiedy zaś związanych ze znacznikami.

Istnieje także pewna klasa zastosowań sieci Petriego do modelowania procesów ruchowych w transporcie, gdzie wystarczające jest wykorzystanie sieci nieczasowych. Jest to możliwe wówczas, gdy analizujemy jedynie ciąg zdarzeń prowadzących do badanej sytuacji lub też ciąg zdarzeń będących konsekwencją pewnego zdarzenia inicjującego. Jest to badanie o charakterze analizy ryzyka metodą drzewa zdarzeń, drzewa błędów lub analizy bow-tie. Zastosowanie w tym przypadku technik analitycznych pochodzących z teorii sieci Petriego może dawać bardzo ciekawe rezultaty, w szczególności może przyspieszyć uzyskiwanie zadawalających wyników o dużej dokładności.

W niniejszym artykule przedstawiono krótki przykład analizy sytuacji ruchowej w transporcie, a mianowicie ruchu statków na skrzyżowaniu torów wodnych, ze szczególnym uwzględnieniem analizy możliwości uniknięcia kolizji między dwoma strumieniami ruchu. Wykorzystano w nim czasową, stochastyczną sieć Petriego, z czasem związanym ze znacznikami sieci. Określenie stochastyczna, zgodnie z definicją podaną wcześniej, oznacza, że opóźnienia czasowe występujące w takiej sieci są częściowo wartościami losowymi o zadanych rozkładach prawdopodobieństwa. Sama struktura sieci jest jednak deterministyczna.

### 3.1. OPIS METODY

Prezentowana w niniejszym artykule metoda analizy zostanie opisana na przykładzie transportu (ruchu) lotniczego. Analogiczna interpretacja może być zastosowana do innych gałęzi transportu. Pokazano to na przykładzie, zamieszczonym w rozdziale 4, odnoszącym się do transportu (ruchu) wodnego.

Przyjęto następującą interpretację poszczególnych elementów sieci Petriego:

- a) Zbiór miejsc  $P$  odpowiada w głównej mierze zbiorowi sytuacji ruchowych, w jakich może znaleźć się samolot. Sytuacje te są określone zarówno położeniem w przestrzeni jak i uzyskaniem określonej zgody czy wydaniem określonych zezwoleń. Do zbioru  $P$  mogą należeć przykładowo sytuacje takie jak: gotowość samolotu do startu, zajęcie drogi startowej, znalezienie się samolotu na przecięciu dróg startowych, rozpoczęcie



kołowania itp. Uzupełnieniem tego zbioru są sytuacje opisujące stan otoczenia, takie jak: wystąpienie widzialności powyżej 1000 m, zajętość kontrolera ATC, monitorowanie sytuacji na polu wzlotów przez pilota innego samolotu. Sytuacja ruchowa może dotyczyć jednego samolotu, co jest modelowane wystąpieniem pojedynczego znacznika w miejscu  $p \in P$ . Może także dotyczyć wielu samolotów jednocześnie. Wówczas liczba samolotów jest modelowana większą liczbą znaczników ( $M(p) > 1$ ). Ponieważ sytuacja ruchowa odnosi się do określonej przestrzeni powietrznej (naziemnej), która ma ograniczoną pojemność, zatem miejsca sieci w modelu, będą zazwyczaj charakteryzowane pojemnością  $K$ . Analogiczna jest interpretacja w przypadku miejsc modelujących stany otoczenia. Przykładowo jeśli miejsce sieci odpowiada sytuacji braku widzialności, wówczas wystąpienie w nim kilku znaczników może modelować fakt, że kilku uczestników ruchu (kontrolerzy, piloci, kierowcy pojazdów samochodowych) nie są w stanie obserwować rozwoju sytuacji na płycie lotniska.

- b) Zbiór tranzycji  $T$  odpowiada zbiorowi zdarzeń (działań) mających wpływ na zmianę sytuacji ruchowych, a w szczególności mających wpływ na bezpieczeństwo wykonywanych manewrów. Są to zdarzenia typu: kontroler ATC zezwała na start, samolot kołuje po określonej drodze kołowania, samolot nie przerywa wykonywanego manewru. Zdarzenia te mogą się charakteryzować dwoma wielkościami: czasem ich realizacji (w tym także istotną rolę odgrywają zdarzenia o zerowym czasie realizacji, tzw. tranzycje natychmiastowe) oraz wagą, określoną przez prawdopodobieństwa realizacji zdarzeń, które mogą wystąpić jednocześnie. Aktywacja tranzycji jest uzależniona od wystąpienia odpowiedniej liczby znaczników w miejscach wejściowych, ale może być także uzależniona od zajęcia pewnych dodatkowych warunków, szczególnie charakteryzujących czas pojawienia się znaczników w miejscach wejściowych tranzycji oraz prawdopodobieństwa zaistnienia zdarzeń losowych opisanych odpowiednimi zmiennymi losowymi. Zasady aktywacji i odpalania tranzycji określają dynamikę badanego procesu.
- c) Funkcja wejścia  $I$  określa jakie sytuacje ruchowe muszą zaistnieć aby mogły wystąpić określone zdarzenia, funkcja wyjścia  $O$  określa jakie zdarzenia muszą zajść, aby analizowany system zmienił stan, zaś funkcja inhibitora  $H$  określa jakie sytuacje ruchowe nie mogą zaistnieć aby mogły wystąpić określone zdarzenia. W wielu przypadkach funkcje  $I$  oraz  $O$  przyjmują wartości większe niż 1, co oznacza, że do zaistnienia pewnych zdarzeń konieczne jest nie tylko zaistnienie określonych sytuacji ruchowych, ale również fakt iż bierze w niej udział określona liczba obiektów, co jest sygnalizowane odpowiednią liczbą znaczników w miejscach sieci. Własność ta może być zamodelowana dzięki korzystaniu z uogólnionych sieci Petriego miejsc i przejść.
- d) Oznakowanie początkowe  $M_0$  określa w jakiej sytuacji ruchowej rozpoczynamy analizę, zaś oznakowanie bieżące  $M$  opisuje aktualny stan systemu (procesu). W przypadku, gdy zależności czasowe odgrywają istotną rolę w przekształceniu się incydentu w wypadek, wówczas znakowanie musi być uzupełnione o pieczętkę czasową dla każdego ze znaczników. Występowanie obiektów różnego typu (np. samolotów o różnej kategorii wagowej) może przesądzić o zastosowaniu sieci kolorowanej, a tym samym znaczników o różnych kolorach. W takim przypadku, sytuacje ruchowe (miejsca sieci) również muszą być charakteryzowane przez typ znacznika.

### 3.2. GRAF OSIĄGALNOŚCI I METODY JEGO REDUKCJI

Jak wspomniano wcześniej, podstawowym narzędziem analizy (pod kątem bezpieczeństwa) procesów ruchowych w transporcie, modelowanych za pomocą sieci Petriego, jest graf osiągalności  $G$ :

$$G = \langle M, T, S \rangle \quad (9)$$

gdzie:

$M$  – zbiór wierzchołków odpowiadających znakowaniom sieci Petriego (stanom procesu ruchowego), osiągalnym ze znakowania początkowego  $M_0$ ,

$T$  – zbiór łuków, etykietowanych nazwami tranzycji sieci, a obrazujących bezpośrednią osiągalność między znakowaniami,

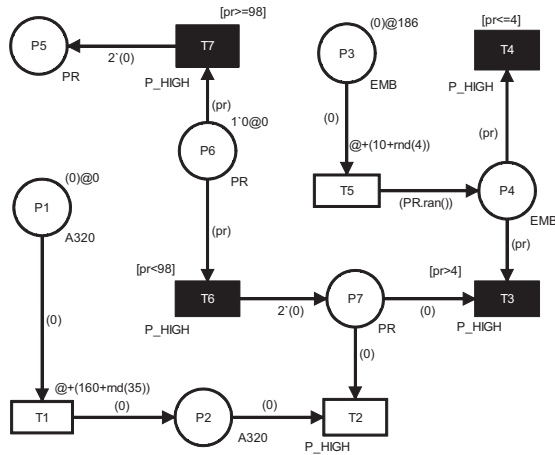
$S$  – relacja trójczłonowa  $S \subseteq M \times T \times M$ , spełniająca warunek

$$\forall (M_1, t, M_2) \in S: M_1[t]M_2 \quad (10)$$

Graf ten niejednokrotnie zawiera kilkadziesiąt lub nawet kilkaset stanów, co powoduje, że jest on trudny do analizy. Konieczna jest wówczas jego redukcja. Jest to zagadnienie obszerne i trudne. W pierwszej kolejności można zastosować metody redukcji zalecane przez literaturę (np. redukcję względem symetrii czy względem trwałych zbiorów przejść) [4]. Drugim etapem redukcji może być usunięcie stanów, które zachodzą z prawdopodobieństwem 1 i nie wpływają na wyniki prowadzonej analizy. Jest to redukcja specyficzna ze względu na cel analizy. Pozytywnym efektem ubocznym procesu redukcji może być wykazanie możliwości uproszczenia struktury wyjściowej sieci Petriego. Dzieje się tak wówczas, gdy pewne sekwencje przejść między stanami są wykonywane zawsze, bez możliwości wariantowego wyboru innej kolejności odpalania tranzycji. Można wówczas wrócić do początku modelowania i zmodyfikować (uproszczyć) strukturę sieci.

Sposób konstruowania grafu osiągalności oraz proponowany w tej metodzie modelowania sposób redukcji grafu osiągalności, zostanie przedstawiony na przykładzie prostej sieci Petriego pokazanej na rysunku 1. Okręgami zostały oznaczone miejsca sieci, prostokątami zaś tranzycje. Prostokąty białe, to tranzycje czasowe, charakteryzowane przez czas ich trwania. Prostokąty czarne to tranzycje natychmiastowe, charakteryzowane prawdopodobieństwem odpalenia. Sieć jest kolorowana, a zatem każde z miejsc ma określony kolor, który może przechowywać. Zbiór  $\Gamma = \{PR, A320, EMB\}$ . Przykładowa sieć Petriego jest priorytetowa, gdyż tranzycje mają określone priorytety. Jest także stochastyczna, gdyż czasy realizacji tranzycji są zadane z wykorzystaniem zmiennych losowych.

Zbiór wszystkich stanów, czyli odpowiadający tej sieci zbiór osiągalności został przedstawiony w tabeli 1. Gwiazdką zostały oznaczone stany niestabilne (zanikające), to znaczy takie, w których aktywna jest tranzycja natychmiastowa. Literą D oznaczono stany końcowe martwe, to znaczy takie, w których nie jest aktywna żadna tranzycja. Stany te są szczególnie istotne przy analizie zagadnień bezpieczeństwa procesów ruchowych, gdyż pozwalają na ocenę skutków realizacji danego wariantu rozwoju sytuacji ruchowej.



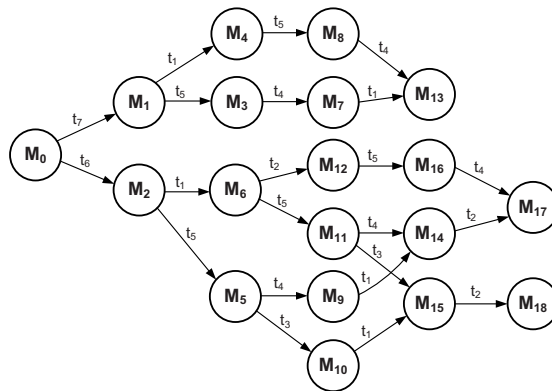
Rys. 1. Przykładowa kolorowana, czasowa sieć Petriego

Tabela 1

**Zbiór osiągalności dla przykładowej kolorowanej sieci Petriego**

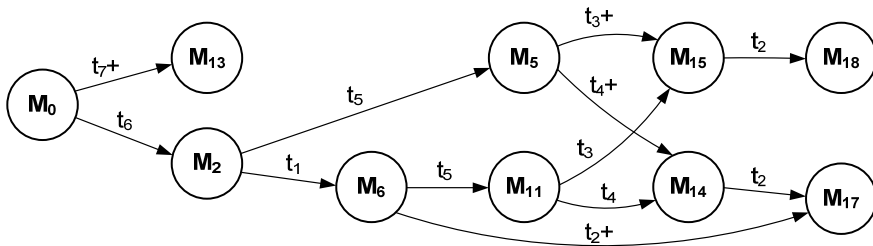
$M_0$	$p_1+p_3+p_6$	*	$M_1$	$p_1+p_3+2p_5$		$M_2$	$p_1+p_3+2p_7$	
$M_3$	$p_1+p_4+2p_5$	*	$M_4$	$p_2+p_3+2p_5$		$M_5$	$p_1+p_4+2p_7$	*
$M_6$	$p_2+p_3+2p_7$		$M_7$	$p_1+2p_5$		$M_8$	$p_2+p_4+2p_5$	*
$M_9$	$p_1+2p_7$		$M_{10}$	$p_1+p_7$		$M_{11}$	$p_2+p_4+2p_7$	*
$M_{12}$	$p_3+p_7$		$M_{13}$	$p_2+2p_5$	D	$M_{14}$	$p_2+2p_7$	
$M_{15}$	$p_2+p_7$		$M_{16}$	$p_4+p_7$	*	$M_{17}$	$p_7$	D
$M_{18}$	-	D						

Odpowiadający przykładowej sieci Petriego graf osiągalności został przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Graf osiągalności dla przykładowej sieci Petriego (przed redukcją stanów)

W zależności od celów modelowania liczbę stanów tego przykładowego grafu osiągalności można łatwo zredukować. Na przykład, przy przyjętym założeniu, że celem modelowania jest analiza bezpieczeństwa procesu ruchowego, istotne może być jedynie analizowanie prawdopodobieństwa osiągnięcia poszczególnych stanów końcowych (martwych). Dla przykładowej sieci stanami takimi są  $M_{13}$ ,  $M_{17}$  i  $M_{18}$ . Jeżeli niektóre z nich reprezentują sytuacje wypadkowe, można określić prawdopodobieństwo zaistnienia wypadku. Redukcja mogłaby wówczas przebiegać według następującego schematu. Można zauważyć, że sekwencja tranzycji  $t_2, t_5, t_4$  rozpoczynająca się w stanie  $M_6$  i prowadząca do stanu  $M_{17}$  jest ciągiem deterministycznym, nie posiadającym żadnych wariantów realizacji. Zatem stany pośrednie  $M_{12}$  i  $M_{16}$  można usunąć z grafu, pozostawiając jedynie łuk prowadzący od stanu  $M_6$  do stanu  $M_{17}$ . Podobna sytuacja zachodzi np. dla sekwencji tranzycji  $t_5, t_4, t_1$  rozpoczynającej się w stanie  $M_1$  i prowadząca do stanu  $M_{13}$ . Ostateczny graf osiągalności, po redukcji wykonanej według tej metody, przedstawia rysunek 3.



Rys. 3. Graf osiągalności dla przykładowej sieci Petriego (po redukcji stanów)

Wszystkie nieistotne sekwencje tranzycji zostały oznaczone znakiem „+”, co oznacza, że zapis „ $t_4+$ ” należy rozumieć jako wykonanie tranzycji  $t_4$ , a potem dowolnego ciągu tranzycji. Jak widać proponowana metoda redukcji pozwoliła na zmniejszenie obszaru analizy z osiemnastu do dziesięciu stanów. Oczywiście dla innych przyjętych celów analizy może być konieczne zastosowanie innego algorytmu redukcji stanów.

### 3.3. ANALIZA WYKORZYSTUJĄCA SIECI ZE ZNACZNIKAMI CZASOWYMI

Sieci Petriego ze znacznikami czasowymi stanowią bardzo wygodne narzędzie do modelowania procesów ruchowych w transporcie. Wpływają na to dwie ważne cechy tych sieci:

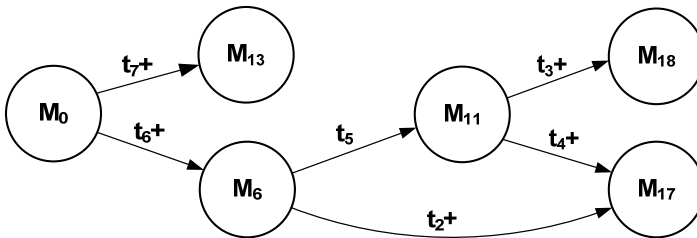
- tranzycje są wykonalne tylko wówczas, gdy spełnione są pewne warunki odnoszące się do lokalnego czasu modelowego i znaczników czasowych w miejscach wejściowych tranzycji; powoduje to redukcję grafu osiągalności,
- w przypadku, gdy wszystkie lub niektóre czasy realizacji tranzycji są opisane zmiennymi losowymi, można dokonać dalszej redukcji grafu osiągalności, polegającej

na wyeliminowaniu znakowań, które mają znikomo niskie prawdopodobieństwo realizacji (ze względu na sekwencje czasowe).

Oczywiście w tym drugim przypadku granica uznania prawdopodobieństwa wystąpienia stanu za znikome musi być określona na podstawie analizy konkretnego przypadku i przyjęta jako kilka rzędów wielkości mniejsza niż szacowana wielkość szukanego prawdopodobieństwa.

Wykorzystanie znaczników czasowych pozwala także w analizowanej, przykładowej sieci na zmniejszenie obszaru analizy, bez utraty dokładności wyników. Prowadzi to tego następująca analiza.

W pierwszym kroku działania sieci z rys. 1 musi zostać odpalona jedna z tranzycji  $t_6$  lub  $t_7$ , jako tranzycji natychmiastowych (o wysokim priorytecie) i znaczniku czasowym 0. Założmy, że jako pierwsze nastąpi odpalenie tranzycji  $t_6$  jako posiadającej wyższe prawdopodobieństwo realizacji. System przechodzi do oznakowania  $M_2$ . Zgodnie z grafem osiągalności (rys. 2) możliwe jest teraz odpalenie tranzycji  $t_1$  lub  $t_5$ , gdyż obie mają odpowiednią liczbę znaczników w miejscach wejściowych. Jednak wartość pieczętki czasowej dla znacznika znajdującego się w miejscu  $p_1$  wynosi 0, zaś wartość pieczętki czasowej dla znacznika znajdującego się w miejscu  $p_3$  wynosi 186. Ponieważ sieć jest traktowana jako kolorowana, czasowa, stochastyczna sieć Petriego z czasem związanym ze znacznikami, a lokalny czas modelowy wynosi w tym momencie 0, zatem jedynie tranzycja  $t_1$  jest aktywna, zaś tranzycja  $t_5$  jest nieaktywna. Wobec tego przejście  $M_2[t_5]M_5$  jest niemożliwe. W ramach redukcji grafu przejść ze względu na zależności czasowe można zatem usunąć gałąź grafu łączącą węzły  $M_2$  i  $M_5$ , a ponieważ stan  $M_5$  nie jest osiągalny przez inną sekwencję tranzycji można usunąć również węzeł  $M_5$ . Konsekwencją tego jest usunięcie również węzłów  $M_9$  i  $M_{10}$  itd. Analogiczne rozumowanie należy przeprowadzić przy założeniu, że w pierwszym kroku odpalona została tranzycja  $t_7$ . Efektem redukcji uwzględniającej analizę znaczników czasowych jest graf osiągalności zawierający jedynie sześć stanów, przedstawiony na rysunku 4.



Rys. 4. Graf osiągalności dla przykładowej sieci Petriego (po redukcji stanów uwzględniającej analizę znaczników czasowych)

Redukcję ze względu na zależności czasowe można przeprowadzić dla wszystkich możliwych stanów, przy czym należy uwzględnić fakt, że uzyskiwane w trakcie eksperymentu symulacyjnego wartości pieczętek czasowych dla znaczników w poszczególnych miejscach są jedynie realizacjami zmiennych losowych. Należy zatem uwzględnić wszystkie możliwe wartości tych pieczętek, aby zachować wszystkie teoretycznie możliwe stany badanego procesu, a zredukować jedynie stany niemożliwe.



Oznaczenia miejsc są następujące:  $p_{0L}$  – “jednostka ze strumienia wzdłużnego pojawia się w rejonie analizy”,  $p_{0C}$  – “jednostka ze strumienia poprzecznego pojawia się w rejonie analizy”,  $p_1$  – “statek zajmuje rejon skrzyżowania”,  $p_{1-limit}$  – “miejsce pomocnicze ograniczające liczbę statków na skrzyżowaniu do 1”,  $p_{wait}$  – “statek oczekuje w kolejce”.

Oznaczenia tranzycji są następujące:  $t_1$  – “jednostka ze strumienia wzdłużnego wpływa w rejon skrzyżowania”,  $t_2$  – “jednostka opuszcza rejon skrzyżowania”,  $t_3$  – “jednostka ze strumienia poprzecznego wpływa w rejon skrzyżowania”,  $t_4$  – “jednostka ze strumienia poprzecznego wpływa w rejon oczekiwania”,  $t_5$  – “jednostka z obszaru oczekiwania wpływa w rejon skrzyżowania”.

Zakładając wartości przyjęte w analizowanym przykładzie, otrzymuje się zbliżone wyniki. Na przykład dla parametrów pokazanych na rys. 5 (ruch wzdłużny – 4 jednostki na godzinę, ruch poprzeczny – 3 jednostki na godzinę) zgodność wyników z eksperymentów symulacyjnych z wynikami uzyskanymi przy użyciu prezentowanego modelu jest na poziomie powyżej 90% dla średniej wartości opóźnienia.

Uzyskane wyniki wskazują na użyteczność proponowanej metody do analizy bezpieczeństwa i problemów przepustowości torów wodnych. Interesujące wyniki uzyskano również podczas analizy incydentów i poważnych incydentów w ruchu lotniczym.

## 5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Kolorowane, czasowe sieci Petriego stanowią ważne i wygodne narzędzie analizy procesów ruchowych w transporcie. Przeprowadzone badania wskazują na ich przydatność w analizie problemów bezpieczeństwa ruchu. Metoda może być zastosowana np. do wyznaczania prawdopodobieństwa zaistnienia wypadku w warunkach odniesienia oraz po planowanych modernizacjach w zakresie wyposażenia technicznego czy zmian organizacyjnych. Wyniki uzyskane dla transportu lotniczego i wodnego są bardzo obiecujące [7], [8]. Wskazują na dużą efektywność proponowanej metody, łatwość jej stosowania oraz na dużą dokładność wyników. Tą ostatnią cechą uzyskuje się głównie dzięki uniknięciu stosowania licznych założeń upraszczających, koniecznych w innych metodach stosowanych przy modelowaniu procesów ruchowych w transporcie.

### Bibliografia

1. Jensen K.: Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use. Monographs in Theoretical Computer Science. Springer Verlag 1997.
2. Majzner P., Piszczek W.: Investigation of vessel traffic processes at waterway intersections, Scientific Journals Maritime University of Szczecin, vol. 21(93)/2010, p. 62-66. Szczecin 2010.
3. Marsan M. A., Balbo G., Conte G., Donatelli S., Franceschinis G.: Modelling with generalized stochastic Petri Nets, Università degli Studi di Torino, Dipartimento d'Informatica, 1999.
4. Sistla A.P., Godefroid P.: Symmetry and reduced symmetry in model checking, ACM Transactions in Programming Languages Systems, vol. 26(4)/2004, p. 702-734.
5. Skorupski J.: Koncepcja wymiarowania bezpieczeństwa operacji lotniczych w krótkim horyzoncie czasowym, w: Zintegrowany system bezpieczeństwa transportu, T.2. Uwarunkowania rozwoju integracji

- systemów bezpieczeństwa transportu (ISBN 987-83-206-1760-3), p. 167-173 (rozdz. 5.2), Wydawnictwa Komunikacji i Łączności WKŁ, Warszawa 2009.
6. Skorupski J.: Analysis of the relation between serious incident and accident in air traffic, *Logistics and Transport* (ISSN 1734-2015) No. 2/2010, pp. , Wrocław 2010.
  7. Skorupski J.: The problem of determining traffic volume in a restricted traffic area, *Scientific Journals Maritime University of Szczecin* (ISSN 1773-8670), vol. 21(93)/2010, pp. 77-82, Szczecin 2010.
  8. Skorupski J.: Symulacyjna analiza zależności między poważnym incydem a wypadkiem w ruchu lotniczym, *Logistyka* (ISSN 1231-5478) No. 4/2010, Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań, 2010.
  9. Skorupski J.: Modelling of Traffic Incidents in Transport, w: *Transport Systems and Processes*, Elsevier 2011 (w druku).
  10. Szyrka M.: Sieci Petriego w modelowaniu i analizie systemów współbieżnych, WNT, Warszawa 2008.

### **PETRI NETS AS A TOOL FOR MODELING TRAFFIC PROCESSES IN TRANSPORT**

**Summary:** In the paper a method of modeling traffic processes in transport is presented. Petri nets are used and modeling is carried out for safety analysis. The paper shows the way of interpretation of traffic events and phenomena, which allows use of the appropriate types of networks that were briefly discussed. The existence of properties of Petri nets, which specifically allow an analysis of selected characteristics of the transport systems, was indicated. The issue of creation of the reachability graph and its reduction was also discussed. The proposed, original method of reducing the reachability graph allows a significant reduction in the area of analysis without losing the essential characteristics of the modeled system. This feature makes for efficiency and ease of use of the method. The paper is completed with a brief example of the method application.

**Keywords:** traffic processes modeling, Petri nets, safety of transport systems

**Recenzent: Marek Malarski**